TS1ET – Activité d'approche chap 1 : Résolution d'équations dans $\mathbb{R}$

I – Equations de degré 1 :

Exemple : résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $3x-2=5x+10$

Méthode : se ramener à une équation plus simple du type : $Ax=B$ qui équivaut à $x=\frac{B}{A}$ (en divisant par A des deux côtés de l'équation.

Exemple : $3x-2=5x+10$

$3x-5x=10+2$ (on ajoute 2 des deux côtés et on retranche $5x$ des deux côtés de manière à avoir les termes en x d'un côté et les termes sans x de l'autre côté)

$-2x=12$ (on réduit chacun des membres de l'équation)

$x=\frac{12}{-2}$ (on divise par -2 les deux membres de l'équation)

$x=-\frac{12}{2}=-6$ Conclusion : l'équation admet une unique solution : -6 .

Exercice : résoudre, avec la même méthode, les équations suivantes :

1) $7x+10=4x-12$
2) $x-5=31x+10$
3) $5(4-x)=2(3x+1)$
4) $4-3x=2(2x+1)-3(x+3)$
5) $3-\frac{1}{2}x=5-2x$

II – Equations de degré 2 du type $\boxed{«(ax+b)(cx+d)=0»:}$

Exemple : résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $(3x-2)(5x+10)=0$

Méthode : Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un des facteurs est nul, autrement dit : $(ax+b)(cx+d)=0$
équivaut à $ax+b=0$ ou $cx+d=0$
et on résout chacune des deux équations $ax+b=0$ et $cx+d=0$ à l'aide de la méthode du I
Ce type d'équation admet en général deux solutions.

Exemple : $(3x-2)(5x+10)=0$
équivaut à $3x-2=0$ ou $5x+10=0$
c'est-à-dire $3x=2$ ou $5x=-10$

$x=\frac{2}{3}$ ou $x=\frac{-10}{5}=-2$ Conclusion : l'équation admet deux solutions : $\frac{2}{3}$. et -2 .

Exercice : résoudre, avec la même méthode, les équations suivantes :

1) $(7x+10)(4x-12)=0$
2) $(x-5)(31x+10)=0$
3) $5(4-x)(3x+1)=0$
4) $(3-\frac{1}{2}x)(5-2x)=0$

III – Cas particulier d'équations de degré 2 du type $\boxed{x^2=c}$ avec c réel

Exemple 1 : $x^2=-4$ Exemple 2 : $x^2=3$

Méthode :
1er cas : si $c<0$, l'équation $x^2=c$ n'a pas de solution dans ℝ. 2ème cas : on utilise la propriété : Deux nombres au carré sont égaux si et seulement si ils sont égaux ou opposés, autrement dit : $A^2=B^2$ équivaut à $A=B$ ou $A=-B$

Exemple 1 : $x^2=-4$ n'a pas de solution réelle car un carré ne peut pas être négatif	Exemple 2 : $x^2=3$ s'écrit aussi : $x^2=\sqrt{3}^2$ $x=\sqrt{3}$ ou $x=-\sqrt{3}$ Conclusion : l'équation admet deux solutions : $2+\sqrt{3}$ et $2-\sqrt{3}$

Exercice : résoudre, avec la même méthode, les équations suivantes :

1) $x^2=16$
2) $x^2=-1$
3) $(2x+1)^2=-7$
4) $4x^2=1$

IV – Autres équations de degré 2 $ax^2+bx+c=0$ avec a, b et c réels $(a\neq 0)$

1) Rappeler les solutions de l'équation $ax^2+bx+c=0$ dans le cas où le discriminant Δ est positif ou nul.

2) Résoudre les équations de degré 2 suivantes :
   a) $x^2-x-6=0$
   b) $2x^2-3x-2=0$
   c) $2x^2-x-6=0$
   d) $2x^2-3x+\frac{9}{8}=0$
   e) $x^2+3x+10=0$