EXERCICE 2 **8 POINTS**

A-1. On a $R \hookrightarrow \mathcal{N}(200;3,5)$. La probabilité que le composant soit accepté est $P(195 \leqslant R \leqslant 205)$; on l'évalue avec `normalFrép(195,205,200,3.5)` ($\approx 0,8469$). **La probabilité que le composant soit accepté est d'environ 0,85**.

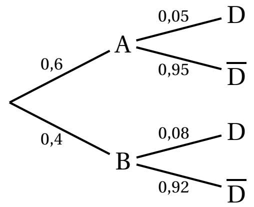
A-2. **a.** On centre et on réduit :

$$P(R \in [\mu-2\sigma\,;\,\mu+2\sigma]) = P(\mu-2\sigma \leqslant R \leqslant \mu+2\sigma) = P\left(-2\sigma \leqslant R-\mu \leqslant 2\sigma\right) = P\left(-2 \leqslant \frac{R-\mu}{\sigma} \leqslant 2\right)$$

On a $R \hookrightarrow \mathcal{N}(\mu;\sigma)$, donc $\dfrac{R-\mu}{\sigma}$ suit la loi $\mathcal{N}(0;1)$. On obtient donc $P\left(-2 \leqslant \dfrac{R-\mu}{\sigma} \leqslant 2\right)$ en tapant `normalFrép(-2,2,0,1)` ($\approx 0,9545$). On a ainsi $\mathbf{P(R \in [\boldsymbol{\mu} - 2\boldsymbol{\sigma}\,;\,\boldsymbol{\mu} + 2\boldsymbol{\sigma}]) \approx 0,95}$.

b. On veut que $P(195 \leqslant R \leqslant 205) = 0,95$.
On peut donc prendre en utilisant la question précédente $\mu - 2\sigma = 195$ et $\mu + 2\sigma = 205$.
Ceci conduit à $2\sigma = 5$, donc on a $\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{2,5}$.

B-1. On note D l'évènement « le composant a un défaut ». On obtient l'arbre ci-dessous.



B-2. **Affirmation 1 :** $P_B\left(\overline{D}\right) = 0,92$, donc réponse **b**

Affirmation 2 : $P(A \cap D) = 0,6 \times 0,05 = 0,03$, donc réponse **c**

Affirmation 3 : $P(D) = 0,6 \times 0,05 + 0,4 \times 0,08 = 0,062$, donc réponse **c**

Affirmation 4 : $P_D(B) = \dfrac{P(B \cap D)}{P(D)} = \dfrac{0,4 \times 0,08}{0,062} \approx 0,5161$, donc réponse **a**

C-1. Dans le tirage au hasard d'un composant, on prend pour succès l'évènement « il a un défaut ». La probabilité de ce succès est 0,06. Constituer une boîte revient à répéter 150 fois l'expérience dans des conditions d'indépendance. La variable aléatoire X compte le nombre de succès, donc **X suit la loi binomiale $\mathcal{B}$(150 ; 0,06)**.

C-2. **a.** La probabilité qu'il y ait exactement 18 composants défectueux est $P(X = 18)$.
On l'évalue par `binomFdp(0.023,0.06,18)` ($\approx 0,0023$). On a donc $\mathbf{P(X = 18) \approx 0,002}$.

b. La probabilité qu'il y ait au moins 16 composants défectueux est $P(X \geqslant 16)$.
On a $P(X \geqslant 16) = 1 - P(X < 16) = 1 - P(X \leqslant 15)$.
On évalue $P(X \leqslant 15)$ par `binomFrép(150,0.06,15)` ($\approx 0,9814$). On en déduit $\mathbf{P(X \geqslant 16) \approx 0,019}$.

c. Si on comprend la phrase du commercial (« plus de 15 composants défectueux ») au sens strict (c'est-à-dire $P(X > 15)$), on a : $P(X > 15) = P(X \geqslant 16) \approx 0,019 < 2\,\%$. **Le commercial a donc raison**.

C-3. On sait que si $X \hookrightarrow \mathcal{B}(n;p)$, on a $E(X) = np$. On a donc ici $E(X) = 150 \times 0,06$, donc $E(X) = 9$.
Le nombre moyen de composants défectueux par boîte est de 9.

Compléments pour la partie A de

Exercice 2 du sujet 2008

Partie A

1°) R suit la loi normale $\mathcal{N}(\mu = 200\,;\ \sigma = 3{,}5)$

On cherche :

$$P(195 \leq R \leq 205) = \underbrace{\text{normalFrép}(195, 205, 200, 3.5)}_{\text{calculatrice}} \simeq 0{,}85$$

2°) R suit la loi normale $\mathcal{N}(\mu = 20\,;\ \sigma)$

a) D'après le cours : $P(\mu - 2\sigma \leq R \leq \mu + 2\sigma) \simeq 0{,}95$

b) Il y a deux méthodes

méthode 1 : On vient de voir que $P(\underbrace{\mu - 2\sigma \leq R \leq \mu + 2\sigma}_{\text{cet intervalle est centré en } \mu = 200}) = 0{,}95$

Nous on cherche σ tel que :

$$P(\underbrace{195 \leq R \leq 205}_{\text{cet intervalle est aussi centré en } \mu = 200}) = 0{,}95$$

Il faut donc choisir σ tel que

$$\begin{cases} 195 = \mu - 2\sigma \\ 205 = \mu + 2\sigma \end{cases}$$

avec $\mu = 200$

cela nous donne :

$2\sigma = 5$

Donc $\boxed{\sigma = 2{,}5}$

méthode 2 : On cherche σ tel que :

$$\underbrace{P(195 \leq R \leq 205)}_{Y_1 \text{ (dépend de } \sigma)} = \underbrace{0{,}95}$$

- On utilise la calculatrice en traçant
  pour $Y_1 = \text{normalFrép}(195, 205, 200, X)$
  pour $Y_2 = 0{,}95$

On cherche l'intersection des deux courbes

On trouve $\sigma \simeq 2{,}551$