Devoir n°4 : interrogation (15 min)

Soit la fonction : $F(p) = \dfrac{4}{(p-3)(p+1)}$

1°) Déterminer les réels a et b tels que : $F(p) = \dfrac{a}{p-3} + \dfrac{b}{p+1}$

2°) En déduire l'original de la fonction $F(p)$.

Corrigé de l'interrogation

1°) $$F(p) = \frac{a}{p-3} + \frac{b}{p+1}$$

$$\Leftrightarrow \frac{4}{(p-3)(p+1)} = \frac{a(p+1) + b(p-3)}{(p-3)(p+1)}$$

1 pt pour réduction au même dénominateur

$$\Leftrightarrow 4 = ap + a + bp - 3b$$

$$\Leftrightarrow 0p + 4 = (a+b)p + a - 3b$$

1 pt pour l'écriture du système

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a+b=0 \\ a-3b=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=-a \\ a+3a=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=-a \\ 4a=4 \end{cases} \Leftrightarrow \boxed{\begin{cases} a=1 \\ b=-1 \end{cases}}$$

1 pt pour la répons

conclusion : $$F(p) = \frac{1}{p-3} - \frac{1}{p+1}$$

2°) Nous avons donc

$$\mathcal{L}^{-1}(F(p)) = \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{p-3}\right) - \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{p+1}\right)$$

$$= e^{3t}U(t) - e^{-t}U(t) = (e^{3t} - e^{-t})U(t)$$

<u>L'original de F(p) est donc</u> $\boxed{f(t) = (e^{3t} - e^{-t})U(t)}$

1 pt 1 pt