Exercice 1 **5 points**

Une machine industrielle produit des pièces qui peuvent présenter deux défauts : un défaut A avec une probabilité de $0,02$ et un défaut B avec une probabilité de $0,06$.
La probabilité qu'une pièce présente les 2 défauts est de $0,011$.

On note A l'évènement : « la pièce présente le défaut A » et B l'évènement : « la pièce présente le défaut B.

Partie A. - QCM

Ces questions sont posées sous la forme d'un QCM. Aucune justification n'est demandée. Pour chacune des questions, une seule des réponses est exacte. On écrira sur la copie le numéro de la question et la réponse choisie. Chaque bonne réponse rapporte $0,5$ *point. L'absence de réponse ou une mauvaise réponse n'enlève pas de point.*

1. Les évènements A et B
   - **a.** sont incompatibles.
   - **b.** ne sont pas indépendants.
   - **c.** forment une partition.
   - **d.** sont des évènements contraires.
2. La probabilité qu'une pièce présente au moins un défaut est :
   - **a.** 0,08
   - **b.** 0,011
   - **c.** 0,069
   - **d.** 0,001 2
3. La probabilité qu'une pièce ne présente aucun des deux défauts est :
   - **a.** 0,931
   - **b.** 0,998 8
   - **c.** 0,92
   - **d.** 0,989
4. Sachant qu'une pièce présente le défaut A, la probabilité qu'elle présente le défaut B est :
   - **a.** 0,06
   - **b.** 0,011
   - **c.** 0,183 3
   - **d.** 0,55

Partie B

Pour la suite on suppose que la probabilité qu'une pièce soit défectueuse est $0,07$.
On appelle X la variable aléatoire qui, à tout lot de 200 pièces prélevées au hasard dans la production, associe le nombre de pièces défectueuses. La production étant importante ces prélèvements peuvent être assimilés à des tirages avec remise.

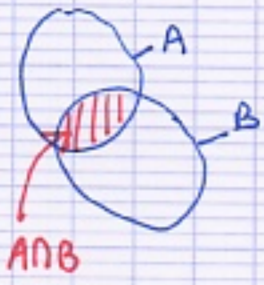
1. **a.** Quelle est la loi suivie par la variable aléatoire X ? Justifier la réponse et préciser les paramètres de cette loi.

   b. Donner l'espérance de la variable aléatoire X. Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.
2. *Les résultats seront arrondis au millième.*

   a. Déterminer la probabilité qu'un lot contienne exactement 5 pièces défectueuses.

   b. Déterminer la probabilité qu'un lot contienne plus de 5 pièces défectueuses.

Exercice 1 : $\boxed{\text{Partie A}}$ $P(A) = 0{,}02$ $P(B) = 0{,}06$ $P(A \cap B) = 0{,}011$



1°) $\boxed{b}$

car $P(A \cap B) = 0{,}11$

↑

Donc $A \cap B \neq \emptyset$
a) est faux
c) est faux
d) est faux.

Or $P(A) \times P(B) = 0{,}0012 \neq P(A \cap B)$ donc A et B ne sont pas indép.

2°) $\boxed{c}$

En effet, au moins un défaut c'est l'événement $A \cup B$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0{,}069$$

3°) $\boxed{a}$

En effet, aucun des deux défaut est l'évènement $\overline{A \cup B}$

$$P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 0{,}931$$

4°) $\boxed{d}$

En effet, $P_A(B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)} = \dfrac{0{,}011}{0{,}02} = 0{,}55$

Partie B 1) a) X indique le nombre de pièces défectueuses parmi 200.
la probabilité qu'une pièce soit défectueuse est 0,07.
Comme ces prélèvements peuvent être assimilés à des tirages avec remise, on sait que X suit la loi binomiale $\mathcal{B}(n = 200\,;\, p = 0{,}07)$

b) $E(X) = n \times p = 200 \times 0{,}07 = 14$.
En moyenne il y aura 14 pièces défectueuses dans un de ces lots de 200 pièces.

2°) a) On cherche $P(X=5)$ = binomFdp (200, 0.07, 5)
= 0,003 arrondi au millième

b) On cherche $P(X>5)$

$P(X>5) = 1 - P(X \leq 5)$
$= 1 -$ binomFRép (200, 0.07, 5)
$= 0{,}996$ arrondi au millième.