

Fiche d'exercices sur la loi normale

Exercice 1

Soit X une v.a. qui suit une loi normale $N(0;1)$.

1°) Quelle est l'espérance de X et sa variance?

2°) Calculer les probabilités suivantes:

$$P(X \leq 3,4); \quad P(X \leq -2); \quad P(X \geq -1); \quad P(-1 \leq X \leq 1); \quad P(-2 \leq X \leq 2);$$

$$P(|X| \leq 2,6); \quad P(3X \leq 1).$$

Exercice 2

On se donne maintenant une v.a. Y qui suit une loi normale $N(5;2)$.

1°) Quelle est l'espérance de Y et quelle est sa variance?

2°) Calculer les probabilités suivantes:

$$P(Y \leq 6); \quad P(4 \leq Y \leq 7); \quad P(-Y \geq -5); \quad P(Y \leq 3).$$

Exercice 3 (B.T.S. électronique 91)

Une machine fabrique des résistances électriques dont la valeur en ohms est une v.a. R de loi normale de paramètres $m=100$ et $\sigma=3$. Une seconde machine fabrique des résistances dont la valeur en ohms est une v.a. R' de loi normale de paramètres $m'=200$ et $\sigma'=4$.

Le montage en série de deux résistances prélevées au hasard dans les productions respectives de la première et de la deuxième machine donne une résistance dont la valeur en ohms est la v.a. $R''=R+R'$.

1°) Calculer l'espérance de R'' .

2°) On suppose que les variables R et R' sont indépendantes. Calculer alors la variance de R'' donnée par la formule $V(R'')=V(R)+V(R')$.

3°) On admet que R'' suit une loi normale. Quelle est la probabilité qu'une résistance ainsi obtenue ait une valeur comprise entre 290 et 305 ohms?

Exercice 4 (B.T.S. électronique 90)

Une machine usine des pièces dont la longueur X suit une loi normale de moyenne $m=54$ et d'écart-type $\sigma=0,2$. Une pièce est considérée comme défectueuse si $X < 53,6$ ou $X > 54,3$.

1°) a) Calculer la probabilité p pour qu'une pièce soit défectueuse.

b) Pour vérifier que la machine ne s'est pas dérégulée, on détermine des cotes d'alertes $m-h$ et $m+h$ définies par:

$$P(m-h \leq X \leq m+h) = 0,95.$$

Calculer les cotes d'alertes (On utilisera la variable centrée réduite).

2°) On admet que la probabilité qu'une pièce soit défectueuse est $p=0,09$.

Un acheteur achète un lot de 40 pièces. Calculer les probabilités:

-de n'avoir aucune pièce défectueuse dans le lot.

-d'avoir au plus deux pièces défectueuses.