

Électrotechnique

L'enseignement des mathématiques dans les sections de techniciens supérieurs Électrotechnique se réfère aux dispositions figurant aux annexes I et II du présent arrêté.

Ces dispositions sont précisées pour ce BTS de la façon suivante :

I – Lignes directrices

Objectifs spécifiques à la section

L'étude des conversions d'énergie (énergie électrique, énergie mécanique) constitue un des objectifs essentiels de la formation des techniciens supérieurs en électrotechnique, ainsi que l'étude des *signaux*, qui porte à la fois sur des problèmes de description (analyse et synthèse), d'évolution et de commande. Selon que l'on s'intéresse aux aspects continus ou discrets, l'état des systèmes automatisés est décrit mathématiquement par des fonctions ou des suites, qu'il s'agit alors de représenter de façon pertinente à l'aide de codages, de méthodes géométriques, ou de transformations permettant d'étudier la dualité entre les valeurs prises aux différents instants et la répartition du spectre. En outre, certains problèmes doivent être placés dans un contexte aléatoire. Enfin, il est largement fait appel aux ressources de l'informatique.

Organisation des contenus

C'est en fonction de ces objectifs que l'enseignement des mathématiques est conçu ; il peut s'organiser autour de *quatre pôles* :

- une étude des *fonctions*, mettant en valeur l'*interprétation* des opérations en termes de signaux (sommes, produits, dérivation, intégration, translation du temps, changement d'échelle...) et *les relations avec l'étude des suites*. La maîtrise des *fonctions usuelles* s'insère dans ce contexte et on a fait place aussi bien aux fonctions exponentielles réelles ou complexes qu'aux fonctions représentant des signaux moins réguliers : échelon unité, créneaux, dents de scie. De même, il convient de viser une bonne maîtrise des *nombres complexes* et des fonctions à valeurs complexes, notamment par l'emploi de *représentations géométriques* appropriées.
- l'*analyse* et la *synthèse* spectrale des fonctions périodiques (séries de Fourier) ou non périodiques (transformation de Laplace), occupent une place importante : pour des raisons de progression et de niveau, d'autres questions n'ont pu être introduites, malgré leur utilité pour la formation considérée : c'est le cas pour la transformation de Fourier, la convolution et le calcul opérationnel. En revanche, on a voulu marquer l'importance des *équations différentielles*, en relation avec les problèmes d'évolution et de commande ;
- une initiation au *calcul matriciel* ;
- une initiation au *calcul des probabilités*, centrée sur la description des lois fondamentales, permet de saisir l'importance des phénomènes aléatoires dans les sciences et techniques industrielles ;
- une valorisation des *aspects numériques et graphiques* pour l'ensemble du programme, une initiation à quelques méthodes élémentaires de l'*analyse numérique* et l'utilisation à cet effet des *moyens informatiques* appropriés : calculatrice programmable à écran graphique, ordinateur muni d'un tableur, de logiciels de calcul formel, de géométrie ou d'application (modélisation, simulation,...). On initiera les étudiants à la recherche et à la mise en forme des algorithmes signalés dans le programme mais aucune connaissance théorique sur ces algorithmes n'est exigible des élèves.

On notera à ce propos que les notions sur les systèmes de numération, sur les codages et sur les opérations logiques nécessaires à l'enseignement de l'électronique de commande sont intégrées à cet enseignement et ne figurent pas au programme de mathématiques. Les professeurs se concerteront de manière à assurer une bonne progression pour les élèves dans ces domaines.

Organisation des études

L'horaire est de 3 heures + 1 heure en première année et de 2 heures + 1 heure en seconde année.

II - Programme

Le programme de mathématiques est constitué des modules suivants :

Suites numériques.

Fonctions d'une variable réelle.

Fonctions d'une variable réelle et modélisation du signal.

Calcul intégral.

Équations différentielles.

Séries de Fourier.

Transformation de Laplace.

Probabilités 1.

Calcul vectoriel, à l'exception des paragraphes « *Barycentre* » et « *Produit vectoriel* ».

Nombres complexes.

Annexe I Programme de mathématiques

Pour chaque spécialité de brevet de technicien supérieur, le programme de mathématiques comporte, d'une part un exposé des objectifs, d'autre part des modules de programmes choisis dans la liste ci-jointe en fonction des besoins spécifiques de la section considérée. Ces modules, qui s'appuient sur les programmes du lycée, sont conçus de façon à favoriser l'accueil de tous les bacheliers, en particulier des bacheliers professionnels et technologiques.

I - Lignes directrices

1. Objectifs généraux

L'enseignement des mathématiques doit fournir les outils nécessaires pour permettre aux élèves de suivre avec profit d'autres enseignements utilisant des savoir-faire mathématiques.

Il doit aussi contribuer au développement de la formation scientifique, grâce à l'exploitation de toute la richesse de la démarche mathématique : mathématisation d'un problème (modélisation), mise en œuvre d'outils théoriques pour résoudre ce problème, analyse de la pertinence des résultats obtenus au regard du problème posé.

Il doit enfin contribuer au développement des capacités personnelles et relationnelles : acquisition de méthodes de travail, maîtrise des moyens d'expression écrite et orale ainsi que des méthodes de représentation (graphiques, schémas, croquis à main levée, organisation de données statistiques, etc.), avec ou sans intervention des outils informatiques. Les moyens de documentation, qui contribuent à un développement des capacités d'autonomie, sont à faire utiliser (documents écrits réalisés par les enseignants, livres, revues, tables, formulaires, supports informatiques de toute nature, internet, etc.).

Ces trois objectifs permettent de déterminer pour un technicien supérieur les capacités et compétences mises en jeu en mathématiques.

On a veillé à articuler l'impératif d'une formation axée sur l'entrée dans la vie professionnelle et le développement des capacités d'adaptation à l'évolution scientifique et technique, permettant la poursuite éventuelle d'études.

2. Objectifs spécifiques à la section

Pour chaque spécialité, les objectifs spécifiques, qui déterminent les champs de problèmes qu'un technicien supérieur doit être capable de résoudre sont précisés par le règlement du BTS considéré.

3. Organisation des contenus

C'est en fonction de ces objectifs généraux et spécifiques que l'enseignement des mathématiques est conçu pour chaque spécialité de brevet de technicien supérieur ; il peut s'organiser autour :

- de quelques pôles significatifs de la spécialité, précisés par le règlement du BTS considéré ;
- pour l'ensemble du programme, d'une valorisation des aspects numériques et graphiques, d'une initiation à quelques méthodes élémentaires de l'analyse numérique et de l'utilisation pour tout cela des moyens informatiques appropriés (calculatrice, ordinateur).

4. Présentation du texte du programme

Pour chaque spécialité de BTS, le programme est constitué de plusieurs modules, chacun comportant deux parties : un bandeau et un texte présenté sous forme d'un tableau en trois colonnes.

Généralement, le bandeau précise les objectifs essentiels du module et délimite le cadre du texte du tableau.

Dans la première colonne du tableau figurent les contenus : il s'agit de l'énoncé des notions et résultats de base que l'étudiant doit connaître et savoir utiliser.

La deuxième colonne est celle des capacités attendues : elle liste ce que l'étudiant doit savoir faire, sous forme de verbes d'action, de façon à faciliter l'évaluation ; il peut s'agir d'appliquer des techniques classiques et bien délimitées, d'exploiter des méthodes s'appliquant à un champ de problèmes, ou d'utiliser des outils logiciels.

La troisième colonne contient des commentaires précisant le sens ou les limites à donner à certaines questions du programme ; pour éviter toute ambiguïté sur celles-ci, il est indiqué que certains éléments ou certaines notions sont « hors programme » (ce qui signifie qu'ils n'ont pas à être abordés au niveau considéré) ou qu'à leur sujet « aucune difficulté théorique ne sera soulevée ». La mention « admis » signifie que la démonstration du résultat visé est en dehors des objectifs du programme. Pour limiter un niveau d'approfondissement, il peut être indiqué en commentaire, dans la colonne de droite, que « tout excès de technicité est exclu » ou que des « indications doivent être fournies » aux étudiants, ou encore qu'il faut se limiter à des « exemples simples ».

Le symbole $\rightleftharpoons$ introduit des thèmes d'ouverture interdisciplinaire où le programme de mathématiques peut interagir avec les enseignements scientifiques, technologiques ou professionnels. Les professeurs de mathématiques doivent régulièrement accéder aux laboratoires afin de favoriser l'établissement de liens forts entre la formation mathématique et les formations dispensées dans les enseignements scientifiques et technologiques. Cet accès permet de :

- prendre appui sur les situations expérimentales rencontrées dans ces enseignements ;

- connaître les logiciels utilisés et l'exploitation qui peut en être faite pour illustrer les concepts mathématiques ;
- prendre en compte les besoins mathématiques des autres disciplines.

5. Organisation des études

L'horaire de mathématiques pour chacune des deux années de la formation considérée est indiqué par le règlement du BTS considéré.

Les étudiants ont acquis dans les classes antérieures un bagage qu'on aura soin d'exploiter en tenant compte de la diversité des parcours scolaires. Il importe en particulier de prévoir en début d'année un accompagnement des bacheliers professionnels de façon à faciliter la transition vers les études supérieures.

Dans la continuité des programmes du lycée, la résolution de problème doit être mise au cœur de l'activité mathématique des étudiants.

Le professeur dispose en général de séances de travaux dirigés nécessaires pour affermir les connaissances des élèves par un entraînement méthodique et réfléchi à la faveur d'activités de synthèse disciplinaires et interdisciplinaires.

Réguliers et de nature variée, les travaux hors du temps scolaire contribuent à la formation des étudiants et sont absolument essentiels à leur progression. Ils sont conçus de façon à prendre en compte la diversité et l'hétérogénéité de leurs acquis.

Le cours proprement dit doit être bref. Une part très importante du temps de travail doit être consacrée à la mise en activité des étudiants, sous forme de travaux dirigés ou pratiques, mettant en œuvre les contenus du programme.

Le professeur de mathématiques pourra admettre certains résultats ; il s'attachera avant tout à faire acquérir aux élèves un noyau de connaissances solides, en particulier celles qui sont directement utilisées dans les autres enseignements scientifiques, techniques et professionnelles, ainsi qu'à développer la capacité à les mobiliser pour résoudre des problèmes issus de secteurs variés des mathématiques et des autres disciplines.

6. Place des outils logiciels

Les outils logiciels fournissent un ensemble de ressources particulièrement utiles pour l'enseignement des mathématiques en sections de techniciens supérieurs, où ils peuvent intervenir de façon très efficace dans la réalisation des objectifs de cet enseignement :

- en fournissant rapidement des résultats, dans les domaines du calcul (y compris à l'aide d'un logiciel de calcul formel), des représentations graphiques et pour les applications à d'autres disciplines ;
- en contribuant par leur intervention au développement de la formation scientifique, à différents moments de la démarche mathématique, lors de la résolution de certains problèmes, de la reconnaissance de l'adéquation de modèles avec les observations ou de la réalisation d'une synthèse sur certains concepts ;
- en favorisant le développement des capacités personnelles et relationnelles, notamment la maîtrise des moyens d'expression écrite et des méthodes de représentation, ainsi que l'autonomie dans la recherche documentaire intégrant l'usage d'internet.

Pour l'ensemble des spécialités de brevet de technicien supérieur, le travail effectué soit à l'aide de la calculatrice programmable à écran graphique de chaque étudiant, soit sur un ordinateur muni d'un tableur, de logiciels de calcul formel, de logiciels de géométrie ou de logiciels d'application (modélisation, simulation, etc.) permet de centrer l'activité mathématique sur l'essentiel : identifier un problème, expérimenter sur des exemples, conjecturer un résultat, bâtir une argumentation, mettre en forme une démonstration, contrôler les résultats obtenus et analyser leur pertinence en fonction du problème posé.

De plus, pour les spécialités où l'informatique joue un rôle particulièrement important, une approche de quelques modèles mathématiques intervenant dans la conception et l'utilisation de ces technologies est de nature à favoriser l'unité de la formation.

Ces apports des outils logiciels doivent s'intégrer dans la mise en œuvre des textes définissant le programme de mathématiques, en veillant à distinguer les objectifs de formation et les exigences lors des évaluations.

7. Articulation avec les épreuves du BTS

En ce qui concerne les épreuves du BTS, il est précisé que les étudiants doivent connaître l'énoncé et la portée des résultats figurant au programme, mais que la démonstration de ces résultats n'est pas exigible. En outre, pour les rubriques du programme figurant sous la forme « Exemples de », seule la mise en œuvre des méthodes explicites dans l'énoncé de l'épreuve est exigible et aucune connaissance spécifique préalable n'est requise.

L'emploi des calculatrices est défini par la réglementation en vigueur spécifique aux examens et concours relevant du ministère de l'éducation nationale. Dans ce cadre, les étudiants doivent savoir utiliser une calculatrice programmable à écran graphique dans les situations liées au programme de la spécialité considérée. Cet emploi combine les capacités suivantes, qui constituent un savoir-faire de base et sont seules exigibles :

- savoir effectuer les opérations arithmétiques sur les nombres et savoir comparer des nombres ;
- savoir utiliser les touches des fonctions et lois de probabilités qui figurent au programme de la spécialité considérée et savoir programmer le calcul des valeurs d'une fonction d'une variable permis par ces touches ;
- savoir afficher à l'écran la courbe représentative d'une fonction ;

Les modules de mathématiques en sections de techniciens supérieurs

Suites numériques

Les suites sont un outil indispensable pour l'étude des phénomènes discrets, et c'est à ce titre qu'elles font l'objet d'une initiation. Aucune difficulté théorique ne doit être soulevée à leur propos. Le programme se place dans le cadre des suites définies pour tout entier naturel ou pour tout entier naturel non nul.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
Mode de génération d'une suite et comportement global Exemples de génération d'une suite. Suites croissantes, suites décroissantes.	• Calculer une liste de termes ou un terme de rang donné d'une suite à l'aide d'un logiciel, d'une calculatrice ou d'un algorithme. • Réaliser et exploiter, à l'aide d'une calculatrice ou d'un logiciel, une représentation graphique des termes d'une suite.	On privilégie les situations issues de la vie économique et sociale ou de la technologie pouvant être modélisées à l'aide de suites. On se limite à une approche graphique.
Suites arithmétiques et géométriques Expression du terme général.	• Écrire le terme général d'une suite arithmétique ou géométrique définie par son premier terme et sa raison. • Calculer avec la calculatrice ou le tableur la somme de n termes consécutifs (ou des n premiers termes) d'une suite arithmétique ou géométrique.	Une expression de la somme de n termes consécutifs d'une suite arithmétique ou géométrique est donnée si nécessaire.
Limite d'une suite Limite d'une suite géométrique	• Étant donné une suite géométrique (u_n), utiliser un tableur ou un algorithme pour déterminer, lorsque cela est possible : – un seuil à partir duquel $u_n \geq a$, a étant un réel donné ; – un seuil à partir duquel $u_n \leq 10^{-p}$, p étant un entier naturel donné.	On approche expérimentalement la notion de limite en utilisant les outils logiciels et en programmant des algorithmes. Selon les besoins, on peut résoudre un problème de comparaison d'évolutions et de seuils pour des situations ne relevant pas d'une modélisation par une suite géométrique.

Fonctions d'une variable réelle

On se place dans le cadre des fonctions à valeurs réelles, définies sur un intervalle ou une réunion d'intervalles de $\mathbf{R}$, qui servent à modéliser des phénomènes continus. Les étudiants doivent savoir traiter les situations issues des disciplines techniques et scientifiques qui se prêtent à une telle modélisation. Pour aider les étudiants à faire le lien avec ces autres disciplines, il est indispensable d'employer régulièrement des notations variées sur les fonctions et de diversifier les modes de présentation d'une fonction : fonction donnée par une courbe, par un tableau de valeurs ou définie par une formule et un ensemble de définition.

Le but de ce module est double :

- consolider les acquis sur les fonctions en tenant compte, notamment sur les limites, des programmes de mathématiques suivis antérieurement par les étudiants ;
- apporter des compléments sur les fonctions d'une variable réelle, qui peuvent être utiles pour aborder de nouveaux concepts.

Tout particulièrement dans ce module, on utilise largement les moyens informatiques (calculatrice, ordinateur), qui permettent notamment de faciliter la compréhension d'un concept en l'illustrant graphiquement et numériquement, sans être limité par d'éventuelles difficultés techniques.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
Fonctions de référence Fonctions affines. Fonctions polynômes de degré 2. Fonctions logarithme népérien et exponentielle de base e. Fonction racine carrée. Fonctions sinus et cosinus.	• Représenter une fonction de référence et exploiter cette courbe pour retrouver des propriétés de la fonction.	En fonction des besoins, on met l'accent sur les fonctions de référence les plus utiles. En cas de besoin lié à la spécialité, on peut être amené à étudier l'une ou l'autre des fonctions suivantes : - la fonction logarithme décimal ; - des cas particuliers de fonctions puissances $t \mapsto t^\alpha$ avec $\alpha \in \mathbf{R}$ ou exponentielles de base a avec $a \in]0, +\infty[$.
Dérivation Dérivée des fonctions de référence. Dérivée d'une somme, d'un produit et d'un quotient. Dérivée de fonctions de la forme : $x \mapsto u^n(x)$ avec n entier naturel non nul, $x \mapsto \ln(u(x))$ et $x \mapsto e^{u(x)}$.	• Calculer la dérivée d'une fonction : - à la main dans les cas simples ; - à l'aide d'un logiciel de calcul formel dans tous les cas. • Étudier les variations d'une fonction simple.	On privilégie des exemples de fonctions issues de problématiques abordées dans les autres disciplines. Il s'agit de compléter et d'approfondir les connaissances antérieures sur la dérivation. En particulier, il est important de rappeler et de travailler l'interprétation graphique du nombre dérivé.
	• Exploiter le tableau de variation d'une fonction f pour obtenir : - un éventuel extremum de f ; - le signe de f ; - le nombre de solutions d'une équation du type $f(x) = k$. • Mettre en œuvre un procédé de recherche d'une valeur approchée d'une racine.	Les solutions d'une équation du type $f(x) = k$ sont déterminées : - explicitement dans les cas simples ; - de façon approchée sinon. On étudie alors, sur des exemples, des méthodes classiques d'obtention de ces solutions : balayage, dichotomie, méthode de Newton par exemple. C'est notamment l'occasion de développer au moins un algorithme et d'utiliser des logiciels.

Limites de fonctions Asymptotes parallèles aux axes : - limite finie d'une fonction à l'infini ; - limite infinie d'une fonction en un point. Limite infinie d'une fonction à l'infini. Cas d'une asymptote oblique. Limites et opérations.	• Interpréter une représentation graphique en termes de limite. • Interpréter graphiquement une limite en termes d'asymptote. • Déterminer la limite d'une fonction simple. • Déterminer des limites pour des fonctions de la forme : $x \mapsto u^n(x)$, n entier naturel non nul ; $x \mapsto \ln(u(x))$; $x \mapsto e^{u(x)}$.	La diversité des programmes du lycée doit particulièrement inciter à veiller aux connaissances sur les limites acquises antérieurement ou non par les étudiants. Toute étude de branche infinie, notamment la mise en évidence d'asymptote, doit comporter des indications sur la méthode à suivre. On se limite aux fonctions déduites des fonctions de référence par addition, multiplication ou passage à l'inverse et on évite tout excès de technicité.
Approximation locale d'une fonction Développement limité en 0 d'une fonction. Développement limité en 0 et tangente à la courbe représentative d'une fonction.	• Déterminer, à l'aide d'un logiciel, un développement limité en 0 et à un ordre donné d'une fonction. • Exploiter un développement limité pour donner l'équation réduite de la tangente et préciser sa position par rapport à la courbe représentative de la fonction.	On introduit graphiquement la notion de développement limité en 0 d'une fonction f en s'appuyant sur l'exemple de la fonction exponentielle sans soulever de difficulté théorique. L'utilisation et l'interprétation des développements limités trouvés doivent être privilégiées.
Courbes paramétrées Exemples de courbes paramétrées définies par des fonctions polynomiales.	• Déterminer un vecteur directeur de la tangente en un point où le vecteur dérivé n'est pas nul. • Tracer une courbe à partir des variations conjointes.	L'étude de ces quelques exemples a pour objectif de familiariser les étudiants avec le rôle du paramètre, la notion de courbe paramétrée et de variations conjointes. On se limite à quelques exemples où les fonctions polynômes sont de degré inférieur ou égal à deux. ⇔ Trajectoire d'un solide, design.

Fonctions d'une variable réelle et modélisation du signal

Le module « fonction d'une variable réelle et traitement du signal » vient en complément du module « fonctions d'une variable réelle » dont les objectifs restent valables. Il convient donc d'articuler les contenus de ces deux modules.

Ce module est à traiter en relation étroite avec les situations rencontrées dans les enseignements technologiques.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
Fonctions de référence Fonctions tangente et arctangente.	Représenter une fonction de référence.	
Compléments sur les fonctions Fonction paire, fonction impaire, fonction périodique : – définition ; – interprétation graphique. Calculs de dérivées : – dérivée de $x \mapsto \tan x$ et $x \mapsto \arctan x$; – dérivée de $t \mapsto \cos(\omega t + \varphi)$ et $t \mapsto \sin(\omega t + \varphi)$, ω et φ étant réels ; – dérivée d'une fonction de la forme $x \mapsto \arctan(u(x))$. Fonctions rationnelles : décomposition en éléments simples.	- Exploiter la représentation graphique d'une fonction pour en déterminer des propriétés de périodicité et parité. - Représenter graphiquement une fonction simple ayant des propriétés de parité ou de périodicité. - Étudier les variations d'une fonction simple. - Déterminer la décomposition en éléments simples d'une fonction rationnelle : – à la main dans les cas simples ; – à l'aide d'un logiciel de calcul formel dans tous les cas.	Le champ des fonctions étudiées se limite aux fonctions de la forme $x \mapsto f(ax + b)$ et aux fonctions qui se déduisent de façon simple des fonctions de référence par opérations algébriques. On privilégie des exemples de fonctions issues de problématiques abordées dans les autres disciplines. On étudie les limites d'une fonction de la forme $x \mapsto \arctan(u(x))$ sur des exemples. Aucun résultat théorique sur la décomposition en éléments simples n'est au programme : la forme de la décomposition doit être indiquée. On prépare ainsi la recherche d'originaux dans le cadre de la transformation de Laplace.
Approximation globale d'une fonction sur un intervalle Approche de la notion à partir d'exemples.		Sur des exemples variés et à l'aide d'outils informatiques, on aborde expérimentalement la notion d'approximation globale d'une fonction. On prépare ainsi la notion de développement en série d'une fonction. Avec la fonction exponentielle, on illustre la diversité des approximations possibles d'une même fonction.

Calcul intégral

Le programme se place dans le cadre de fonctions à valeurs réelles définies sur un intervalle ou une réunion d'intervalles de $\mathbf{R}$. La diversité des programmes du lycée doit particulièrement inciter à veiller aux connaissances sur les primitives et les intégrales acquises antérieurement ou non par les étudiants.

L'accent est mis sur la diversité des approches numérique, graphique et algorithmique, lesquelles contribuent à l'appropriation du concept d'intégrale.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
Primitives Primitives de fonctions de référence, opérations algébriques. Complément : primitives de $t \mapsto \cos(\omega t + \varphi)$ et $t \mapsto \sin(\omega t + \varphi)$, ω et φ étant réels.	• Déterminer des primitives d'une fonction : - à la main dans les cas simples ; - à l'aide d'un logiciel de calcul formel dans tous les cas. • Déterminer les primitives d'une fonction de la forme $u' u^n$ (n entier relatif, différent de -1), $\frac{u'}{u}$ et $u' e^u$.	Pour les primitives de $\frac{u'}{u}$, on se limite au cas où u est strictement positive.
Intégration Calcul intégral : $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$ où F est une primitive de f . Propriétés de l'intégrale : relation de Chasles, linéarité et positivité. Calcul d'aires.	• Déterminer une intégrale : - à la main dans les cas simples ; - à l'aide d'un logiciel de calcul formel dans tous les cas. • Déterminer l'aire du domaine défini par : $\{M(x, y), a \leq x \leq b \text{ et } f(x) \leq y \leq g(x)\}$ où f et g sont deux fonctions telles que pour tout réel x de $[a, b]$, $f(x) \leq g(x)$.	On étudie le cas où f (resp. g) est la fonction nulle. On familiarise les étudiants avec quelques exemples de mise en œuvre d'algorithmes liés à des méthodes élémentaires d'approximation d'une intégrale (point-milieu, trapèzes, Monte-Carlo).
Valeur moyenne d'une fonction sur un intervalle : définition, interprétation géométrique. Formule d'intégration par parties.	• Déterminer et interpréter la valeur moyenne d'une fonction sur un intervalle. • Calculer une intégrale par intégration par parties.	Cette notion est illustrée par des exemples issus des disciplines professionnelles. $\Leftrightarrow$ Valeur moyenne, valeur efficace dans un transfert énergétique ; centre d'inertie, moment d'inertie.

Équations différentielles

On s'attache à relier les exemples étudiés avec les enseignements scientifiques et technologiques, en montrant l'importance de l'étude de phénomènes continus définis par une loi d'évolution et une condition initiale.

L'utilisation des outils logiciels est sollicitée ; elle a pour finalités :

- de mettre en évidence, expérimentalement, la signification ou l'importance de certains paramètres ou phénomènes ;
- de dépasser la seule détermination des solutions d'une équation différentielle en donnant la possibilité de visualiser des familles de courbes représentatives de ces solutions ;
- de permettre, avec l'aide du calcul formel, de donner une expression des solutions dans certains cas complexes.

Si, dans ce module, on développe plus particulièrement deux types d'équations différentielles, on est également attentif à donner une vision plus large de ces notions en présentant des équations différentielles dont on ne peut donner qu'une solution approchée tout en faisant saisir des principes généraux comme la notion de famille de solutions.

On introduit les nombres complexes et les résolutions d'équations du second degré à coefficients réels pour disposer de l'équation caractéristique d'une équation différentielle linéaire du second ordre.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
Équations linéaires du premier ordre Équation différentielle $ay' + by = c(t)$ où a, b sont des constantes réelles et c une fonction continue à valeurs réelles.	• Représenter à l'aide d'un logiciel la famille des courbes représentatives des solutions d'une équation différentielle. • Résoudre une équation différentielle du premier ordre : – à la main dans les cas simples ; – à l'aide d'un logiciel de calcul formel dans tous les cas. • Déterminer la solution vérifiant une condition initiale donnée : – à la main dans les cas simples ; – à l'aide d'un logiciel de calcul formel dans tous les cas.	En lien avec les autres disciplines, on habitue les étudiants à différentes écritures : variable, fonction, notation différentielle. On présente sur un exemple la résolution approchée d'une équation différentielle par la méthode d'Euler. Les indications permettant d'obtenir une solution particulière sont données. En liaison avec les autres disciplines, on peut étudier des exemples simples de résolution d'équations différentielles non linéaires, du premier ordre à variables séparables, par exemple en mécanique ou en cinétique chimique, mais ce n'est pas un attendu du programme. ⇔ Loi de refroidissement, cinétique chimique.
Nombres complexes Forme algébrique d'un nombre complexe : somme, produit, conjugué. Équation du second degré à coefficients réels.	• Résoudre une équation du second degré à coefficients réels.	On se limite à l'écriture algébrique des nombres complexes.

Équations linéaires du second ordre à coefficients réels constants Équation différentielle $ay''+by'+cy = d(t)$ où a, b et c sont des constantes réelles et d une fonction continue à valeurs réelles.	• Représenter à l'aide d'un logiciel la famille des courbes représentatives des solutions d'une équation différentielle. • Résoudre une équation différentielle du second ordre : – à la main dans les cas simples ; – à l'aide d'un logiciel de calcul formel dans tous les cas. • Déterminer la solution vérifiant des conditions initiales données : – à la main dans les cas simples ; – à l'aide d'un logiciel de calcul formel dans tous les cas.	La fonction d est une fonction polynôme ou du type : $t \mapsto e^{\alpha t} ;$ $t \mapsto \cos(\omega t + \varphi) ;$ $t \mapsto \sin(\omega t + \varphi) .$ Les indications permettant d'obtenir une solution particulière sont données. ↔ Résistance des matériaux, circuit électronique.
--	---	--

Séries de Fourier

Le but de ce module est d'étudier et exploiter la décomposition de signaux périodiques en séries de Fourier. Ce module est à mener en liaison étroite avec les enseignements des autres disciplines : les séries de Fourier sont un outil indispensable pour l'étude des phénomènes vibratoires en électricité, en optique et en mécanique.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
Exemples de séries numériques Séries géométriques : convergence, somme. Séries de Riemann : convergence.	• Reconnaître une série géométrique et connaître la condition de convergence. • Connaître la condition de convergence d'une série de Riemann.	L'étude de ces deux exemples a pour objectifs : – de familiariser les étudiants avec les « sommes infinies » et la notation Σ ; – d'introduire la notion de convergence et de somme d'une série numérique. Toute théorie générale sur les séries numériques est exclue. L'outil informatique est utilisé pour conjecturer les résultats concernant les séries de Riemann. Ces résultats sont admis.
Séries de Fourier Série de Fourier associée à une fonction T-périodique continue par morceaux sur $\mathbb{R}$: $a_0 + \sum_{n \geq 1} (a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)).$	• Représenter graphiquement une fonction T-périodique continue par morceaux sur $\mathbb{R}$. • Exploiter la représentation graphique d'une fonction	En liaison avec les autres disciplines, on met en valeur le lien entre la notion de série de Fourier et l'étude des signaux : composantes d'un signal dans une fréquence donnée, reconstitution du signal à partir de ses composantes, spectre. On montre l'intérêt d'exploiter, dans le calcul intégral, les propriétés des

Transformation de Laplace

Dans ce module, on étudie et on exploite la transformation de Laplace en vue de déterminer les solutions causales d'une équation différentielle linéaire. Cette présentation est à mener en liaison étroite avec les enseignements des autres disciplines où la transformation de Laplace permet d'obtenir la réponse d'un système linéaire usuel à un signal d'entrée donné.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
Transformation de Laplace Transformée de Laplace d'une fonction causale f. Transformée de Laplace des fonctions causales usuelles. Propriétés de la transformation de Laplace : – linéarité ; – effet d'une translation ou d'un changement d'échelle sur la variable ; – effet de la multiplication par e^{-at}. Théorème de la valeur initiale et théorème de la valeur finale.	• Représenter graphiquement une fonction causale donnée par une expression. • Déterminer une expression d'une fonction causale dont la représentation graphique est de type « créneau » ou « rampe ». • Déterminer la transformée de Laplace d'une fonction causale simple, dont les fonctions de type « créneau » et « rampe ». • Déterminer la fonction causale (original) dont la transformée de Laplace est donnée.	La théorie générale des intégrales impropres est hors programme. On se limite aux fonctions usuelles suivantes : $t \mapsto U(t)$; $t \mapsto t^n U(t)$; $t \mapsto e^{at} U(t)$; $t \mapsto \sin(\omega t) U(t)$ et $t \mapsto \cos(\omega t) U(t)$ avec U la fonction unité, n un entier naturel, a et ω deux réels. On se limite au cas où les fonctions données ou recherchées sont : – soit des combinaisons linéaires à coefficients réels de fonctions de la forme $t \mapsto U(t - \alpha)$ et $t \mapsto t U(t - \alpha)$; – soit de la forme $t \mapsto U(t - \alpha) e^{rt}$; où α est un nombre réel positif et r un réel. Dans les autres cas, le calcul est facilité par l'utilisation d'un logiciel. L'exploitation de situations issues des autres disciplines permet d'illustrer la pertinence de ce théorème.
Transformée de Laplace d'une dérivée.	• Exploiter la transformation de Laplace pour résoudre une équation différentielle linéaire d'ordre 1 ou 2 à coefficients constants.	Pour le second membre, on se limite au cas où les fonctions données ou recherchées sont : – soit des combinaisons linéaires à coefficients réels de fonctions de la forme $t \mapsto U(t - \alpha)$ et $t \mapsto t U(t - \alpha)$; – soit de la forme $t \mapsto U(t - \alpha) e^{rt}$; où α est un nombre réel positif et r un réel. $\Leftrightarrow$ Fonction de transfert d'un système linéaire. Application à la stabilité.
Transformée de Laplace d'une primitive.		En liaison avec les enseignements d'autres disciplines, on étudie un exemple d'équation différentielle de la forme $a y'(t) + b y(t) + c \int_0^t y(s) ds = f(t)$ où a, b, c sont des constantes réelles et f une fonction causale.

Probabilités 1

On réinvestit et on approfondit le travail sur les probabilités mené au lycée, en s'adaptant au parcours antérieur des étudiants. L'objectif est que les étudiants sachent traiter quelques problèmes simples mettant en œuvre des probabilités conditionnelles ou des variables aléatoires dont la loi figure au programme. Les sciences et techniques industrielles et économiques fournissent un large éventail de tels problèmes, que l'on peut étudier en liaison avec d'autres enseignements.

L'apprentissage doit largement faire appel à l'outil informatique, aussi bien pour la compréhension et l'acquisition de concepts par l'expérimentation réalisée à l'aide de simulations, que pour les calculs de probabilités.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
Conditionnement et indépendance Conditionnement par un événement de probabilité non nulle. Notation $P_A(B)$. Indépendance de deux événements.	• Construire un arbre et/ou un tableau des probabilités en lien avec une situation donnée. • Exploiter l'arbre et/ou le tableau des probabilités pour déterminer des probabilités. • Calculer la probabilité d'un événement connaissant ses probabilités conditionnelles relatives à une partition de l'univers. • Utiliser ou justifier l'indépendance de deux événements.	On représente une situation à l'aide d'un arbre pondéré ou d'un tableau de probabilités. Un arbre de probabilités correctement construit constitue une preuve. La formule des probabilités totales n'est pas un attendu mais sa mise en œuvre doit être maîtrisée. $\Leftrightarrow$ Contrôle qualité, fausses alertes, tests biologiques.
Exemple de loi discrète Variable aléatoire associée au nombre de succès dans un schéma de Bernoulli. Loi binomiale.	• Simuler un schéma de Bernoulli. • Reconnaître et justifier qu'une situation relève de la loi binomiale. • Représenter graphiquement la loi binomiale à l'aide d'un logiciel. • Calculer une probabilité dans le cadre de la loi binomiale à l'aide de la calculatrice ou d'un logiciel.	Aucun développement théorique n'est attendu à propos de la notion de variable aléatoire. On utilise une calculatrice ou un logiciel pour calculer directement des probabilités et représenter graphiquement la loi binomiale. La connaissance d'une expression explicite de la loi binomiale n'est pas attendue.
Espérance, variance et écart type de la loi binomiale.	• Interpréter l'espérance et l'écart type d'une loi binomiale dans le cadre d'un grand nombre de répétitions.	Les formules donnant l'espérance et l'écart type de la loi binomiale sont admises. On conforte expérimentalement ces formules à l'aide de simulations de la loi binomiale.

Exemples de lois à densité Loi uniforme sur $[a, b]$. Espérance, variance et écart type de la loi uniforme. Loi normale d'espérance μ et d'écart type σ.	• Concevoir et exploiter une simulation dans le cadre d'une loi uniforme. • Interpréter l'espérance et l'écart type d'une loi uniforme dans le cadre d'un grand nombre de répétitions. • Utiliser une calculatrice ou un tableur pour calculer une probabilité dans le cadre de la loi normale. • Connaître et interpréter graphiquement une valeur approchée de la probabilité des événements suivants : $\{X \in [\mu - \sigma, \mu + \sigma]\}$, $\{X \in [\mu - 2\sigma, \mu + 2\sigma]\}$ et $\{X \in [\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma]\}$, lorsque X suit la loi normale d'espérance μ et d'écart type σ.	Toute théorie générale des lois à densité est exclue. Pour les lois étudiées, on représente et on exploite la fonction de densité et la fonction de répartition. La définition de l'espérance et de la variance constituent un prolongement dans le cadre continu de celles d'une variable aléatoire discrète. Toute théorie sur les intégrales impropres est exclue. La loi normale est introduite à partir de l'observation, à l'aide d'un logiciel, du cumul des valeurs obtenues lors de la répétition à l'identique d'une expérience aléatoire dont le résultat suit une loi uniforme. L'utilisation d'une table de la loi normale centrée réduite n'est pas une nécessité. On s'appuie sur des exemples issus des autres disciplines. On peut simuler la loi normale à partir de la loi uniforme sur $[0, 1]$. ⇒ Maîtrise statistique des processus.
Approximation d'une loi binomiale par une loi normale.	• Déterminer les paramètres de la loi normale approximant une loi binomiale donnée.	Toute théorie est exclue. On illustre cette approximation à l'aide de l'outil informatique. Les conditions d'approximation d'une loi binomiale par une loi normale ne sont pas exigibles. Il convient de mettre en évidence la raison d'être de la correction de continuité lors de l'approximation d'une loi binomiale par une loi normale ; toutes les indications sont fournies.
Espérance et variance des lois de $aX + b$, $X + Y$, $X - Y$ dans le cas où X et Y sont des variables aléatoires indépendantes. Théorème de la limite centrée.	• Savoir déterminer les paramètres des lois de $aX + b$, $X + Y$ et $X - Y$ dans le cas où X et Y sont des variables aléatoires indépendantes. • Savoir déterminer les paramètres de la loi normale correspondant à une moyenne dans le cadre du théorème de la limite centrée.	Toute théorie concernant la notion de variables aléatoires indépendantes est exclue. Les résultats sont conjecturés à l'aide de simulations, puis admis. Le théorème, admis, s'énonce en termes d'approximation par une loi normale de la somme de n variables indépendantes de même loi. L'outil informatique permet une approche expérimentale.

Calcul vectoriel

Le but de ce module est double :

- consolider les acquis de calcul vectoriel des années précédentes en tenant compte des connaissances acquises antérieurement ou non par les étudiants ;
- apporter des compléments de calcul vectoriel, qui peuvent être utiles pour étudier des situations rencontrées dans les autres enseignements.

On prend appui sur les enseignements scientifiques et technologiques qui fournissent un large éventail de problèmes. On utilise les possibilités offertes par les logiciels de géométrie dynamique. Il est également pertinent de connaître les logiciels qui sont utilisés par les disciplines technologiques et l'exploitation qui peut en être faite en lien avec le cours de mathématiques.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
Décomposition d'un vecteur dans une base du plan ou de l'espace	• Décomposer un vecteur dans une base et exploiter une telle décomposition.	On ne se limite pas au cadre de la géométrie repérée. ⇔ Vecteur vitesse, force.
Barycentre Barycentre de deux points pondérés du plan ou de l'espace. Coordonnées dans un repère. Extension de la notion de barycentre à trois points pondérés.	• Construire le barycentre de deux points pondérés. • Utiliser, sur des exemples simples liés aux enseignements technologiques, la notion de barycentre partiel.	On peut introduire la notion de barycentre en la reliant à l'équilibrage de masses ou à la moyenne pondérée. Selon les besoins, on étudie des réductions d'une somme de la forme $\alpha \overrightarrow{MA} + \beta \overrightarrow{MB}$ avec $\alpha + \beta \neq 0$. On fait remarquer que le barycentre de deux points distincts appartient à la droite définie par ces deux points. Sur des exemples issus des enseignements technologiques, on met en place le théorème du barycentre partiel. ⇔ Centre d'inertie d'un assemblage de solides.
Produit scalaire Expressions du produit scalaire : – à l'aide d'une projection orthogonale ; – à l'aide des normes et d'un angle ; – à l'aide des coordonnées.	• Choisir l'expression du produit scalaire la plus adaptée en vue de la résolution d'un problème. • Calculer un angle ou une longueur à l'aide d'un produit scalaire.	On exploite des situations issues des domaines scientifiques et technologiques. On illustre en situation quelques propriétés du produit scalaire. ⇔ Travail, puissance d'une force.
Produit vectoriel Orientation de l'espace. Produit vectoriel de deux vecteurs de l'espace : – définition ; – calcul des coordonnées dans une base orthonormale directe ; – application à l'aire d'un triangle et d'un parallélogramme.	• Calculer une aire à l'aide d'un produit vectoriel.	La découverte du produit vectoriel, de ses propriétés et de ses applications est à mener en liaison étroite avec les autres enseignements. Les notions de vecteur glissant, de torseur et le produit mixte sont hors programme. ⇔ Moment d'une force.

Nombres complexes

Les premiers éléments de l'étude des nombres complexes ont été mis en place dans les classes de lycée. Les objectifs sont de mettre en œuvre et de compléter ces acquis, d'une part pour fournir des outils qui sont utilisés en électricité, en mécanique et en automatique, d'autre part pour mettre en évidence les interprétations géométriques et les interventions des nombres complexes en analyse : représentations géométriques associées, résolutions d'équations différentielles.

Il est attendu qu'un étudiant sache effectuer un calcul simple à la main et à la calculatrice dans tous les cas.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
Forme algébrique et représentation géométrique Nombres $a + ib$ avec $i^2 = -1$. Égalité, conjugué, somme, produit, quotient. Équations du second degré à coefficients réels. Représentation géométrique. Ensemble de points dont l'affixe a une partie réelle ou imaginaire donnée.	• Effectuer des calculs algébriques avec des nombres complexes, notamment à l'aide d'une calculatrice. • Résoudre une équation du second degré à coefficients réels. • Représenter un nombre complexe par un point ou un vecteur. • Déterminer et construire un ensemble de points dont l'affixe a une partie réelle ou imaginaire donnée.	Il s'agit de réactiver les connaissances déjà traitées au lycée. Dans les situations issues des enseignements technologiques, on emploie la notation $a + jb$.
Forme trigonométrique, forme exponentielle Module d'un nombre complexe, arguments d'un nombre complexe non nul. Forme exponentielle et forme trigonométrique d'un nombre complexe. Ensemble de points dont l'affixe z vérifie $ z - a = k$ ou $\arg(z - a) = k$, où a désigne un nombre complexe et k un nombre réel.	• Passer de la forme trigonométrique à la forme algébrique et inversement. • Utiliser la forme la plus adaptée à la résolution d'un problème. • Déterminer et construire un ensemble de points dont l'affixe z vérifie $z - a = k$ ou $\arg(z - a) = k$.	Il est attendu qu'un étudiant sache effectuer un calcul simple à la main et à la calculatrice dans tous les cas. On favorise l'utilisation de logiciels de géométrie dynamique.
Transformations Exemples de transformations géométriques d'écritures complexes suivantes : $z \mapsto z + b$, $z \mapsto az$, $z \mapsto \bar{z}$ et $z \mapsto \frac{1}{z}$, où a et b sont des nombres réels.	• Représenter, à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, l'image d'un point ou d'une partie de droite par une transformation géométrique d'écriture complexe $z \mapsto az + b$ ou à $z \mapsto \frac{az + b}{cz + d}$.	L'intention n'est pas de développer une dextérité sur ce sujet mais, à l'aide de la notion mathématique introduite, de donner du sens aux résultats obtenus par le logiciel. ↔ Diagrammes de Nyquist ou Bode en électronique.