

Exercice 1

Soit X une variable aléatoire suivant la loi binomiale $\mathcal{B}(n=8;p=0,3)$.

1°) Donnez $E(X)$ et $V(X)$.

2°) Calculez :

- a) $P(X=0)$, b) $P(X=3)$, c) $P(X \leq 1)$, d) $P(X \leq 7)$.

Exercice 2

On effectue un contrôle de fabrication sur des pièces dont une proportion $p = 0,02$ est défectueuse.

1. On contrôle un lot de 1000 pièces :

Soit X la variable aléatoire : «nombre de pièces défectueuses parmi 1000». Quelle est la loi de X ? Quel est son espérance, son écart-type ?

2. Calculez la probabilité : $P(18 \leq X \leq 22)$.

Exercice 3

Dans la journée, un métro passe toutes les 6 minutes à la station 14. Soit X le temps d'attente d'une personne à cette station. On suppose que X suit la loi uniforme sur $[0 ; 6]$.

1°) Représenter la fonction densité de X .

2°) Quelle est la probabilité que cette personne attende entre 3 et 5 minutes ?

Exercice 4

Une usine fabrique des plaquettes rectangulaires dont la longueur et la largeur sont usinées de manière indépendante. On admet que la longueur L et la largeur l d'une plaquette suivent des lois de Laplace- Gauss, de moyennes respectives 80,005 et 50,000 avec des écarts-types respectifs $s_L = 0,005$ et $s_l = 0,005$ (les dimensions étant exprimées en mm).

1. Déterminer la probabilité $P(L \leq 80,01)$.

2. Déterminer de même $P(l \geq 50,01)$

3. On impose les normes de fabrication suivantes: $L = 80 \pm 0,01$ et $l = 50 \pm 0,01$ (mm).

Quel est alors le pourcentage de plaquettes à rejeter à la sortie de la chaîne de fabrication?

Correction

Exercice 1

X suit la loi binomiale $B(m=8; p=0,3)$

1°) D'après le cours: $E(X) = m \cdot p = 8 \times 0,3 = 2,4$ (1)

$$V(X) = mpq = 8 \times 0,3 \times 0,7 = 1,68$$
 (1)

2°) a) $P(X=0) = \binom{8}{0} p^0 q^8 = 1 \times 1 \times 0,7^8 = 0,057$ (1)

↳ on peut aussi utiliser la calculatrice

b) $P(X=3) = \binom{8}{3} p^3 q^5 = \frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2} \times 0,3^3 \times 0,7^5 = 0,254$ (1)

c) $P(X \leq 1) = 0,255$ (calculatrice) (1)

d) $P(X \leq 7) = 0,9999$ (1)

Exercice 2

1°) X suit la loi binomiale $B(m=1000; p=0,02)$ (1)

Son espérance est: $E(X) = m \times p = 20$ (1)

Son écart-type est: $\sigma(X) = \sqrt{mpq} \approx 4,43$ (1)

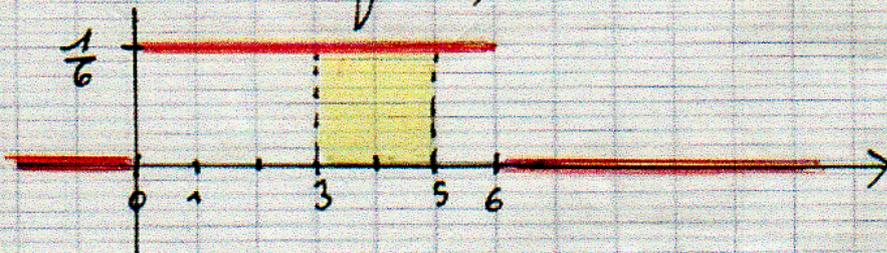
2°) A la calculatrice, on trouve: $P(18 \leq X \leq 22) =$

$$P(18 \leq X \leq 22) = P(X \leq 22) - P(X \leq 17) \approx 0,4275$$
 (2)

pour pouvoir utiliser la calculatrice

Exercice 3

1°) X suit la loi uniforme, donc la densité est la suivante:



2°)

$$P(3 \leq X \leq 5) = \text{aire coloriée en jaune} \\ = 2 \times \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$$
 (2)

Exercice 4

1°) L suit la loi normale $\mathcal{N}(m_L = 80,005; \sigma_L = 0,005)$

Donc $P(L \leq 80,01) = 0,8413$ (calculatrice) (1)

2°) l suit la loi normale $\mathcal{N}(m_l = 50; \sigma_l = 0,005)$

Donc $P(l \geq 50,01) = 0,0228$ (calculatrice) (1)

3°) Calculons la probabilité que la pièce soit conforme:

$$\begin{aligned} & P(79,99 \leq L \leq 80,01 \text{ et } 49,99 \leq l \leq 50,01) \\ &= P(79,99 \leq L \leq 80,01) \times P(49,99 \leq l \leq 50,01) \\ & \quad (\text{car } L \text{ et } l \text{ sont deux v.a. indépendantes}) \\ &= 0,8399947732 \times 0,954499876 \\ &\approx 0,802 \end{aligned}$$

Il y aura donc $100 - 80,2 = 19,8\%$ de pièces à rejeter (2)