

Trois exercices sur les lois continues

Exercice 1

Suite à un problème sur sa ligne téléphonique, Christophe contacte le service après-vente de son opérateur. Le conseiller l'informe qu'un technicien le contactera pour une intervention à distance jeudi entre 18h et 19h. Ce technicien appelle de manière aléatoire, donc uniforme, sur le créneau donné. On note X la variable aléatoire qui indique le temps d'attente en min de Christophe entre 18h et 19h.

1. Quelle est la loi suivie par X ?
2. Quelle est la probabilité que Christophe attende entre 15 et 40 min ?

Exercice 2

Une machine fabrique des barres métalliques en acier. A chaque pièce tirée au hasard, on associe sa longueur exprimée en millimètre ; on définit ainsi une variable aléatoire X . On suppose que X suit la loi normale de moyenne $m = 500$ et d'écart-type $\sigma = 0,12$.

1. Quelle est la probabilité, à 0,01 près, que la longueur d'une barre prise au hasard ne soit pas comprise entre 499,79 et 500,21 ?
2. Déterminer le nombre a tel que la proportion de barres ayant une longueur comprise entre $500 - a$ et $500 + a$ soit égale à 0,80.

Exercice 3

Une machine fabrique des résistors. La variable aléatoire X associe à chaque résistor sa résistance exprimée en ohms. On suppose que X suit la loi normale de moyenne $m=100$ et d'écart-type $\sigma = 3$.

1. On prélève un résistor au hasard. Il est conforme si sa résistance est comprise entre 94,75 et 105,25 ohms. Quelle est la probabilité, à 10^{-2} près, que le résistor ne soit pas conforme ?
2. Déterminer le nombre réel h tel que 97 % des résistors produits par la machine aient une résistance comprise entre $100 - h$ et $100 + h$ ohms.

Exercice 1

1°) X indique le temps d'attente en minutes entre 18h et 19h.
 X suit donc la loi uniforme (voir énoncé) sur $[0; 60]$

2°) On cherche $P(15 \leq X \leq 40)$
Représentons la densité de cette loi uniforme



Nous avons donc : $P(15 \leq X \leq 40) = \frac{40-15}{60} = \frac{25}{60}$

↑
aire hachurée

Donc

$$P(15 \leq X \leq 40) = \frac{5 \times 5}{6 \times 5 \times 2} = \frac{5}{12} \approx 0,417$$

Exercice 2

1°) X suit la loi normale $\mathcal{N}(m=500; \sigma=0,12)$

Cherchons d'abord la probabilité que la longueur de la barre soit entre 499,79 et 500,21.

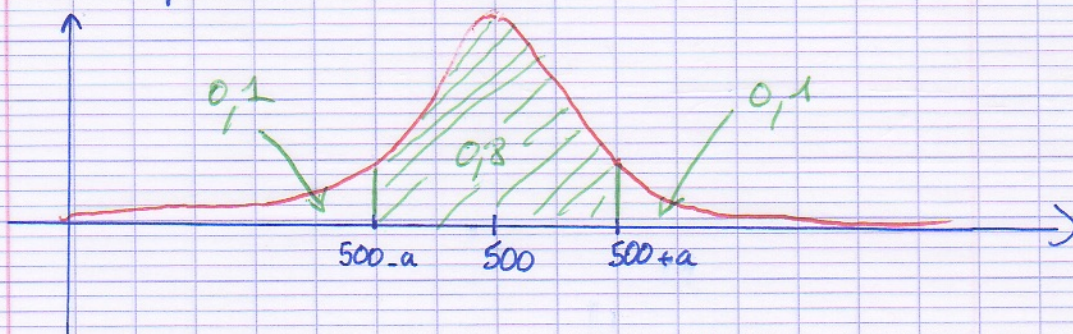
$$P(499,79 \leq X \leq 500,21) \approx 0,9199 \quad (\text{calculatrice})$$

Donc la probabilité que la longueur de la barre ne soit pas entre 499,79 et 500,21 est:

$$\boxed{1 - P(499,79 \leq X \leq 500,21) \approx 0,08 \quad \text{à } 0,01 \text{ près.}}$$

2°) On cherche a tel que: $P(500-a \leq X \leq 500+a) = 0,8$

Je représente la densité de X :



Nous pouvons utiliser la calculatrice avec la fonction InvNorm ou FracNorm:

$$500-a = \text{InvNorm}(0,1; 500; 0,12)$$

$$\text{Donc } 500-a = 499,84621$$

$$\text{D'où } \boxed{a = 500 - 499,8462 \approx 0,15 \text{ mm (à } 10^{-2} \text{ près)}}$$

Exercice 3

X suit la loi normale $\mathcal{N}^p(\mu=100; \sigma=3)$

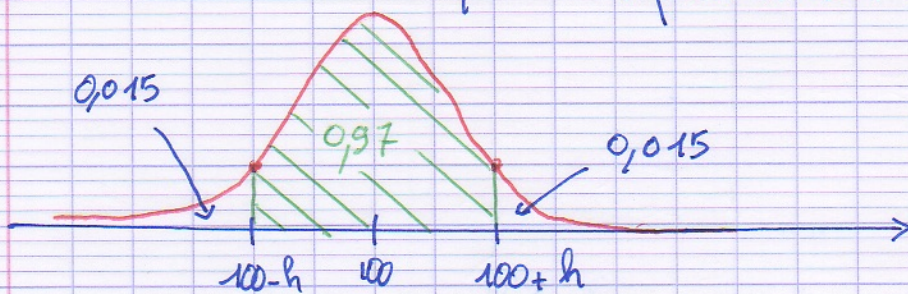
1°) La probabilité que le résistor est conforme vaut:

$$P(94,75 \leq X \leq 105,25) \approx 0,9199 \quad \text{à } 10^{-4} \text{ près}$$

Ainsi, la probabilité que la pièce n'est pas conforme est:

$$1 - 0,9199 \approx 0,08 \quad \text{à } 10^{-2} \text{ près}$$

2°) On cherche h tel que : $P(100-h \leq X \leq 100+h) = 0,97$



Comme dans l'exercice 2, on utilise la fonction invNorm de la calculatrice:

$$100-h = \text{invNorm}(0,015, 100, 3)$$
$$100-h \approx 93,4897$$

$$\text{donc } h \approx 100 - 93,4897 \approx 6,51$$